

**ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК**

Труды VI Международной конференции
студентов и молодых ученых

РОССИЯ, ТОМСК, 26–29 мая 2009 г.

(ДОПОЛНЕНИЕ)

**PROSPECTS OF FUNDAMENTAL
SCIENCES DEVELOPMENT**

VI International Conference of students and young scientists

RUSSIA, TOMSK, May 26–29, 2009

(ADDENDUM)

Под редакцией *Г.А. Вороновой*

СЕКЦИЯ 3
МАТЕМАТИКА

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ ПРЕДПРИЯТИЯ

А.В. Абакумова

*Томский политехнический университет,
634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30, кафедра ВММФ ЕНМФ,
E-mail: AnnaAbakumova@sibmail.com*

THE MODELING OF THE INCREASE OF AN ENTERPRISE WORK EFFICIENCY

Abakumova A.V.

*Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin Ave., 30, 634050.
E-mail: AnnaAbakumova@sibmail.com*

During the given work the statistical analysis of the data received during the research of the basic parameters of activity of the enterprise of Joint-Stock "Butcher" Company has been made, with the purpose of revealing dominating factors influencing the income and an adequate mathematical model for studying opportunities of its maximization and forecasting for the subsequent periods was constructed.

At the first stage of modelling the trend as a polynom of the sixth degree has been revealed. It is significant, as the coefficient of determination has turned out more than 0,65. It means that the tendency in the past has been revealed also it is possible to transfer it in the future.

At the second stage the regression model has been constructed and its statistical analysis is done. The given analysis has shown that the model is adequate.

The estimation F, Fisher's criterion, has yielded positive results. The equation is significant. All coefficients of the regress's equation are also significant. The coefficient of determination is equal 0,944998735. Factors rendering the biggest influence on the income are the weight of animals.

Построение экономических моделей и их дальнейшее практическое применение в наше время имеет большое значение. Грамотно построенная модель позволяет предвидеть и проконтролировать ту или иную экономическую ситуацию, основываясь не на интуиции, а на достоверном анализе уже имеющихся данных. Подобного рода планирование и прогноз осуществляется при помощи различных математических моделей.

Безусловно, в условиях рыночной экономики, главным показателем рентабельности предприятия является доход. Поэтому очень важно понять, как необходимо вести хозяйство. И здесь незаменимы методы математической статистики, которые позволяют правильно оценить, какие факторы, и в какой степени влияют на доход предприятия, и даже на основании уже правильно построенной математической модели, спрогнозировать доход на будущий период.

Закрытое акционерное общество "Мясник" представляет собой вертикально-интегрированный агропромышленный холдинг, где все процессы идут по замкнутой цепочке - от производства зерна, комбикормов, до производства ЗАО «Мясник» от следующих факторов: поголовье животных, их вес, потери при реализации товаров, скидки и объем продаж. Таким образом, задача заключается в выявлении тренда и проведении его регрессионного анализа, который и позволит получить ответы на интересующие вопросы.

Исходные данные образуют многомерную случайную величину. Принимается гипотезу о том, что тренд $Y(t, x^{\phi})$ имеет вид:

$$Y(t, X^{\phi}) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \alpha_4 t^4 + \alpha_5 t^5 + \alpha_6 t^6 + \alpha_7 X_9 + \alpha_8 X_{10} + \alpha_9 X_{11}$$

где t – это номер месяца, X_8, X_9, X_{10} – фиктивные переменные, принимающие значения 0 или 1, в зависимости от времени года.

Тренд описывает фактическую усредненную для периода наблюдения тенденцию изучаемого процесса во времени. Предполагается, что через время можно выразить влияние всех основных факторов. Механизм их влияния в явном виде не учитывается. Тренд значим, так как коэффициент детерминации равен 0,92. Это означает, что тенденция в прошлом выявлена и ее можно перенести на будущее.

Для построения математической модели выдвигается гипотеза о наличии линейной зависимости между выявленными значениями тренда (иначе $Y(t, x^{\phi})$) и факторами на него влияющими (X_1, \dots, X_7). Следовательно, математическая модель может быть описана уравнением вида:

$$Y(t, X^{\phi}) = \theta_0 + \theta_1 X_1 + \theta_2 X_2 + \theta_3 X_3 + \theta_4 X_4 + \theta_5 X_5 + \theta_6 X_6 + \theta_7 X_7$$

где $\theta_0 - \theta_7$ – линейно-независимые постоянные коэффициенты.

Для их отыскания применяется множественный регрессионный анализ. Для построения доверительных интервалов прогнозного значения сначала находятся доверительные интервалы для коэффициентов уравнения θ_i :

$$\theta_i \pm \tau_{1-\alpha/2} \sqrt{s^2 [(X^T X)^{-1}]}$$

где $\tau_{1-\alpha/2}$ квантиль распределения Стьюдента с $n-m-1$ степенью свободы. Квантиль обычно вычисляется с вероятностью 95%, то есть и вероятность попадания в интервал та же.

Затем полученные границы подставляются в уравнение регрессии и вычисляются доверительные интервалы для прогнозного значения.

Для статистического оценивания регрессионной модели вычисляется статистика

$$F_H = \frac{m-n-1}{n+1} \cdot (X\Theta)^T (X\Theta) [(y - (X\Theta))^T (y - (X\Theta))]^{-1},$$

По таблицам определяется F_T при заданном уровне значимости α и числе степеней свободы $\nu_1 = n+1$ и $\nu_2 = m-n-1$. Надежность регрессионной модели подтверждается, так как $F_H > F_T$.

Статистическое оценивание надежности коэффициентов регрессии θ_i производится с помощью t -критерия Стьюдента. Вычисляется статистика:

$$t_H(i) = \frac{\theta_i}{\bar{s}_i},$$

где $\bar{s}_i = \sqrt{\frac{(y - X\Theta)^T \cdot (y - X\Theta) \cdot c_{ii}}{m-n-1}}$ – средняя ошибка для θ_i , c_{ii} – диагональные элементы матрицы $(X^T X)^{-1}$.

Наблюдаемое значение $t_H(i)$ сравнивается с табличным t_T . Значимость всех коэффициентов θ_i подтверждается. Таким образом, получена адекватная модель со значимыми коэффициентами.

Для оценки влияния каждого из факторов на результирующую математическую модель, анализируются коэффициенты уравнения регрессии. Они показывают степень влияния каждой из переменных на результат (Y). Чем больше коэффициент, тем сильнее прямая зависимость (отрицательные коэффициенты показывают обратную зависимость).

В данной работе получено, что на доход в первую очередь влияет такой фактор, как вес животных. Затем идут поголовье, объем продаж, скидки и потери при реализации товаров.

Список литературы

1. Коваль Т.В. Эконометрика: Учебное пособие.- Томск: Изд-во ТПУ, 2005.- 104с.
2. Многомерные статистические методы: Учебно-методическое пособие по многомерным статистическим методам для студентов специальности 080116 «Математические методы в экономике». – Томск: Изд. ТПУ, 2007 – 50 с.
3. Кремер, Наум Шевелевич. Эконометрика : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко ; Под ред. Н. Ш. Кремера. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2002. — 311 с. : ил. — Библиогр.: с. 289-290. — Предм. указ.: с. 299-306.
4. Магнус, Я. Р. Эконометрика. Начальный курс: учебник для вузов / Я. Р. Магнус, П. К. Катыхов, А. А. Пересецкий. — М. : Дело, 2004. — 576 с. — Библиогр.: с. 390-394. — Предм. указ.: с. 395-399
5. Замков, О. О. Математические методы в экономике: учебник / О. О. Замков, А. В. Толстопятенко, Ю. Н. Черемных. — 2-е изд. — М.: Дело и Сервис, 1999. — 368 с. — (Учебники МГУ им. М. В. Ломоносова).
6. Валандер С.С. Заметки по эконометрике. С-Пб: Дело, 2001г.
7. Тривоженко, Б. Е. Выделение трендов временных рядов и потоков событий / Б. Е. Тривоженко. — Томск : Изд-во ТГУ, 1989. — 285 с.
8. Бокс, Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление; Вып. 1 : пер. с англ. / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. — М.: Мир, 1974. — 406 с. : черт. — Библиогр.: с. 397-401.
9. Бартлетт, М. Введение в теорию случайных процессов: пер. с англ. / М. Бартлетт. — М. : Изд-во иностранной литературы, 1958. — 384 с. : граф. — Библиогр.: с. 365-376.
10. Эконометрика: учебник / И. И. Елисеева, С. В. Курышева, Т. В. Костеева, И. В. Бабаева, Б. А. Михайлов ; Под ред. И. И. Елисеевой. — М.: Финансы и статистика, 2001. — 344 с.: ил. — Библиогр.: с. 337-338.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СОПРЯЖЕННОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

И.А. Алешкова

Научный руководитель: к.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет, 634050, Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36

E-mail: tiritinna@yandex.ru

NUMERICAL SIMULATION OF CONJUGATE NATURAL CONVECTION IN A POROUS MEDIUM

Inna A. Aleshkova

Scientific Supervisor: Dr. Mikhail A. Sheremet

Tomsk State University, 634050, Russia, Tomsk, Lenin Avenue, 36

E-mail: tiritinna@yandex.ru

Nonsteady conjugate natural convection in a rectangular enclosure has been numerically analysed. The mathematical formulation comprises the unsteady two-dimensional equations under Boussinesq approximation for the gas cavity and heat conduction equation for the solid walls. Darcy–Forchheimer model was used to simulate the momentum transfer in the porous medium. The boundary-value problem has been solved by the finite difference method. The method of solution was tested for different cases, natural convection in pure fluid cavity and natural convection in porous medium. Results have been obtained for a Prandtl number of 0.7, for a Rayleigh number ranging from 10^4 to 10^6 and for a Darcy number ranging from 10^{-5} to 10^{-3} .

Введение. Естественная конвекция, как один из механизмов переноса тепла, оказывает существенное воздействие на предельные значения тепловых потоков большинства энергетических устройств [1]. Особенно большое значение это имеет во многих электронных приборах и системах, где рассмотрение данного фактора в процессе проектирования необходимо для поддержания устойчивого режима работы аппаратуры [1, 2]. Как известно, повышение температуры с 20°C до 80°C приводит к увеличению интенсивности отказов полупроводниковых приборов в 3–4 раза, резисторов в 2–3 раза, конденсаторов в 6–8 раз, интегральных микросхем в 6–10 раз [3]. Численное моделирование процессов теплопереноса является наиболее оптимальным подходом при решении сформулированной проблемы, особенно учитывая, что экспериментальное изучение в лабораторных или натуральных условиях очень сложно и дорого, а в некоторых случаях просто невозможно [4].

Цель настоящего исследования состоит в анализе нестационарного сопряженного теплопереноса в замкнутой области, заполненной пористой средой, с локальным источником тепловыделения и твердыми стенками конечной толщины с учетом конвективно-радиационного теплообмена с внешней средой. Введение пористой среды в воздушной ячейке типичного узла или блока радиоэлектронной аппаратуры может позволить минимизировать влияние термических напряжений [5].

Математическая модель. Рассматривается краевая задача нестационарного конвективно-кондуктивного теплообмена в замкнутой прямоугольной области (рис. 1). Исследуемый объект представляет собой систему, состоящую из 5 прямоугольников. В эту систему входят как элементы твердого материала (1 на рис. 1), так и газовая полость с пористым материалом, занимающая внутреннюю ячейку (2 на рис. 1). Во все время процесса температура источника тепловыделения

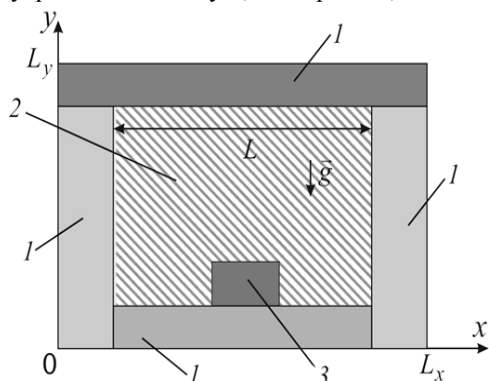


Рис. 1. Область решения: 1 – твердые стенки; 2 – газовая полость с пористым материалом; 3 – источник тепловыделения

постоянна. Горизонтальные стенки ($y = 0$, $y = L_y$) и вертикальная стенка ($x = L_x$) предполагаются теплоизолированными. На границе $x = 0$ осуществляется теплообмен с окружающей средой за счет механизмов конвекции и излучения.

Предполагается, что теплофизические характеристики ограждающих твердых стенок и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ, занимающий внутреннюю полость, считается несжимаемой, вязкой, теплопроводной, ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Теплообмен излучением от источника тепловыделения и между стенками – пренебрежимо малым по сравнению с конвективным теплообменом.

Для описания процесса теплопереноса

используются двумерные нестационарные уравнения конвекции в приближении Буссинеска совместно с моделью Дарси-Форхгеймера [6] в пористой среде и нестационарное двумерное уравнение теплопроводности в твердых стенках [7].

Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных “функция тока – вектор завихренности скорости – температура”. В качестве масштаба расстояния была выбрана длина газовой полости L . Для приведения к безразмерному виду использовались следующие соотношения:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, \tau = t \sqrt{\frac{g\beta(T_{\text{ист}} - T_0)}{L}}, U = \frac{u}{\sqrt{g\beta(T_{\text{ист}} - T_0)L}}, V = \frac{v}{\sqrt{g\beta(T_{\text{ист}} - T_0)L}},$$

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_{\text{ист}} - T_0}, \Psi = \frac{\psi}{\sqrt{g\beta(T_{\text{ист}} - T_0)L^3}}, \Omega = \omega \sqrt{\frac{L}{g\beta(T_{\text{ист}} - T_0)}},$$

где x, y – координаты декартовой системы координат; X, Y – безразмерные координаты, соответствующие координатам x, y ; L – длина воздушной ячейки по Ox ; t – время; t_0 – масштаб времени; τ – безразмерное время; g – ускорение свободного падения; β – термический коэффициент объемного расширения; $T_{\text{ист}}$ – температура источника тепла; T_0 – начальная температура области решения; u, v – составляющие скорости в проекции на оси x, y , соответственно; U, V – безразмерные скорости, соответствующие u, v ; T – температура; Θ – безразмерная температура, Ψ – функция тока; ψ_0 – масштаб функции тока; Ψ – безразмерный аналог функции тока; ω – завихренность скорости; ω_0 – масштаб вектора вихря; Ω – безразмерный аналог вектора вихря.

Уравнения сопряженного теплопереноса:

- в пористой среде (2 на рис. 1)

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Omega)}{\partial Y} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{1}{\text{Da}} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \Omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Theta)}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right), \quad (3)$$

- для элементов твердой стенки (1 на рис. 1)

$$\frac{1}{\text{Fo}} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial Y^2}. \quad (4)$$

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(4) рассматривались в следующем виде.

Начальные условия:

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = \Theta(X, Y, 0) = 0,$$

за исключением источника тепловыделения, на котором в течение всего процесса $\Theta = 1$.

Граничные условия:

- на границе $X = 0$ моделировался конвективно-радиационный теплообмен с внешней средой

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = \text{Bi} \cdot \Theta + \text{Bi} \cdot \frac{T_0 - T^e}{T_{\text{ист}} - T_0} + \text{Sk} \cdot \left[\left(\Theta + \frac{T_0}{T_{\text{ист}} - T_0} \right)^4 - \left(\frac{T^e}{T_{\text{ист}} - T_0} \right)^4 \right];$$

- на остальных внешних границах – условия теплоизоляции:

$$\frac{\partial \Theta(X^*, Y, \tau)}{\partial X} = 0 \text{ или } \frac{\partial \Theta(X, Y^*, \tau)}{\partial Y} = 0 \text{ в зависимости от положения границы;}$$

- на внутренних границах твердого материала и газа, параллельных оси OX :

$$\Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \Theta_1 = \Theta_2, \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y};$$

- на внутренних границах твердого материала и газа, параллельных оси OY :

$$\Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \Theta_1 = \Theta_2, \frac{\partial \Theta_1}{\partial X} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial X}.$$

Здесь $\text{Pr} = \nu/a$ – число Прандтля; ν – коэффициент кинематической вязкости; a – коэффициент температуропроводности; $\text{Ra} = g\beta(T_{\text{ист}} - T_0)L^3/\nu a$ – число Рэлея; $\text{Da} = K/L^2$ – число Дарси; K – проницаемость среды; $\text{Fo} = a_1 t_0/L^2$ – число Фурье материала твердой стенки; $\text{Bi} = \alpha L/\lambda_1$ – число Био материала твердой стенки; α – коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой

областью решения; T^e – температура окружающей среды; $Sk = \varepsilon \sigma L (T_{\text{ист}} - T_0)^3 / \lambda_1$ – число Старка;

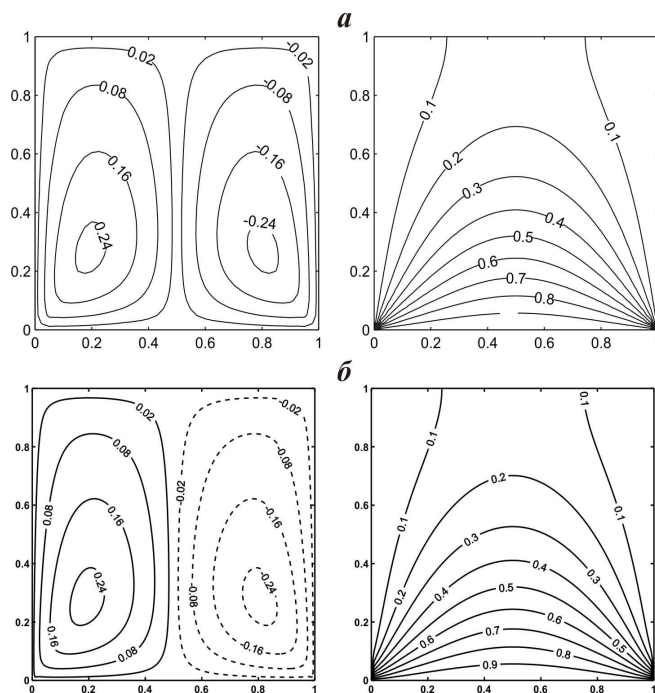


Рис. 2 Линии тока и поле температуры при $Ra = 10^6$, $Pr = 0.71$, $Da = 10^{-5}$: результаты [6] – а, полученные результаты – б

Результаты численного моделирования. Численный анализ сформулированной задачи проведен в широком диапазоне изменения определяющих параметров: $Ra = 10^4, 10^5, 10^6$, $Da = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}$, $Pr = 0.71$, $\tau = 100-1000$, $\lambda_{2,1} = 6.8 \cdot 10^{-5}, 5.7 \cdot 10^{-4}, 3.7 \cdot 10^{-2}$. Проанализировано влияние чисел Рэлея и Дарси, фактора нестационарности и относительного коэффициента теплопроводности как на локальные характеристики (линии тока и поля температуры), так и на интегральную характеристику (среднее число Нуссельта на характерных стенках). Установлено, что увеличение числа Рэлея сдерживает влияние охлаждения левой стенки на термогидродинамические структуры газовой полости. Рост временного параметра приводит к смещению термического факела к правому элементу твердого материала. Уменьшение относительного коэффициента теплопроводности отражается как на модификации профиля температуры, так и на изменении среднего числа Нуссельта.

Список литературы

1. Jaluria Y. Design and optimization of thermal systems. – Boca Raton: CRC Press, 2007 – 753 p.
2. Icoz T., Jaluria Y. Design of cooling systems for electronic equipment using both experimental and numerical inputs // ASME J. Elec. Packaging. – 2005. – V. 126. – Pp. 465–471.
3. Бирюлин Г.В., Егоров В.И., Попов Ю.Ю., Савинцева Л.А. Тепловой режим микросборок // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО “Исследования и разработки в области физики и приборостроения”. – 2006. – Вып. 31. – С. 115–117.
4. Кузнецов Г.В., Шерemet М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
5. Yao T., Yuki K., Takiguchi S., Hashizume H. Advanced heat removal system with porous Media for electronic devices // AIAA Paper 2006-3128, Proc. 9th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference. – San Francisco, 2006.
6. Basak T., Roy S., Paul T., Pop I. Natural convection in a square cavity filled with a porous medium: Effects of various thermal boundary conditions // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2006. – Vol. 49. – Pp. 1430–1441.
7. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
8. de Vahl Davis G. Natural convection of air in a square cavity: a bench numerical solution // Int. J. Numerical Methods of Fluids – 1983. – Vol. 3. – Pp. 249–264.

ε – приведенная степень черноты; σ – постоянная Стефана-Больцмана; $\lambda_{2,1} = \lambda_2 / \lambda_1$ – относительный коэффициент теплопроводности; λ_i – коэффициент теплопроводности i -ой подобласти.

Краевая задача (1)–(4) с соответствующими начальными и граничными условиями решена численно на основе метода конечных разностей. Разработанный алгоритм был протестирован на модельных задачах – естественная конвекция чистой жидкости в замкнутой квадратной полости [8] и термогравитационная конвекция жидкости в пористой среде в квадратной полости [6]. На рис. 2 представлено сравнение линий тока и полей температуры с результатами работы [6] при анализе естественной конвекции в пористой среде при $Ra = 10^6$, $Da = 10^{-5}$, $Pr = 0.71$.

Результаты, представленные на рис. 2, наглядно показывают, что используемый метод приводит к достаточно хорошему согласованию с данными [6].

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРЯЖЕННОГО КОНВЕКТИВНО-РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ

С.Г. Мартюшев

Научный руководитель: к.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет, 634050, Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36

E-mail: naabym@sibmail.com

MATHEMATICAL SIMULATION OF CONJUGATE CONVECTIVE-RADIATIVE HEAT TRANSFER IN AN ENCLOSURE

Semen G. Martyushev

Scientific Supervisor: Dr. Mikhail A. Sheremet

Tomsk State University, 634050, Russia, Tomsk, Lenin Avenue, 36

E-mail: naabym@sibmail.com

Conjugate convective-radiative heat transfer in a rectangular enclosure with local heat source has been numerically studied. The unsteady, two-dimensional governing equations under Boussinesq and Rosseland approximations, expressed in dimensionless form, have been solved using a finite-difference procedure. The solution was started with no flow in the enclosure. Results have been obtained for a Prandtl number of 0.71 for Rayleigh numbers up to 10^6 for values of optical thickness between 50 and 100.

Введение. Математическое моделирование сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в газовой полости и теплопроводности в элементах твердого материала имеет достаточно широкие области приложения [1, 2]. С точки зрения теоретического значения большой интерес вызывает наиболее полный анализ возможных режимов взаимодействия термогравитационной конвекции и излучением в газовой полости. Исследование процессов теплопереноса в областях при наличии теплопроводных стенок приобретает существенные связи с практикой (анализ теплового состояния радиоэлектронной аппаратуры; исследование технологических режимов в машиностроении; поиск оптимальных параметров по созданию комфортных условий в жилых помещениях [1–3]).

Целью настоящей работы является численное моделирование нестационарного теплопереноса за счет режимов излучения и свободной конвекции в объекте, представляющим собой замкнутую область с локально сосредоточенным источником тепловыделения в условиях неоднородного теплообмена с окружающей средой.

Математическая модель. Рассматривается краевая задача сложного теплопереноса. Область решения представляет собой замкнутую полость с твердыми стенками конечной толщины (рис. 1). Источник тепловыделения, расположенный на внутренней поверхности левой стенки, характеризуется постоянной в течение всего процесса температурой. На одной из внешних границ ($x = 0$) моделируется конвективно-радиационный теплообмен с окружающей средой. Остальные внешние границы предполагаются теплоизолированными.

Считается, что теплофизические свойства элементов твердого материала и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ считается вязкой, теплопроводной, излучающей, ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Движение газа и теплоотдача во внутреннем объеме принимаются плоскими, теплообмен излучением от источника тепловыделения и между стенками моделируется на основе приближения оптически толстого слоя [4, 5].

Процесс переноса тепла в рассматриваемой области (рис. 1) описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска в газовой полости [6], где слагаемое в уравнении энергии, характеризующее излучение, описывается на основе приближения Росселанда [4]. Для анализа поля температуры в твердых стенках используется нестационарное двумерное уравнение теплопроводности [7] с нелинейными граничными условиями.

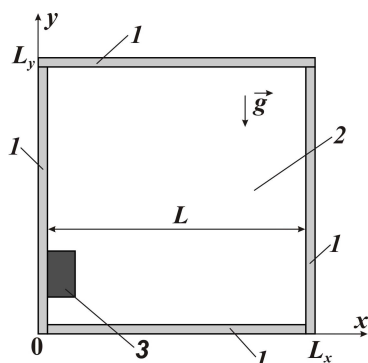


Рис. 1. Область решения: 1 – стенки; 2 – газ; 3 – источник тепловыделения

В приближении Росселанда [4] излучающую среду можно рассматривать, как некоторый континуум фотонов, т.е. можно считать, что на каждый элемент среды, как и в случае молекулярной проводимости, непосредственно влияют только его соседние элементы. В таких условиях перенос энергии излучения в среде можно уподобить диффузионному переносу.

Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных “функция тока – вектор завихренности скорости – температура” [8].

На основе представленных выше допущений, система уравнений, описывающих процесс переноса тепла в области решения, в безразмерных переменных примет следующий вид:

■ в газовой полости (2 на рис. 1)

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Omega)}{\partial Y} = \sqrt{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Theta)}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) + \frac{16\text{Sk}}{3\tau_\lambda} \frac{1}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left[3 \left(\Theta + \frac{T_0}{\Delta T} \right)^2 \left[\left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left(\Theta + \frac{T_0}{\Delta T} \right)^3 \Delta \Theta \right], \quad (3)$$

■ для элементов твердой стенки (1 на рис. 1)

$$\frac{1}{\text{Fo}} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial Y^2}. \quad (4)$$

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(4) рассматривались в следующем виде.

Начальные условия:

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = \Theta(X, Y, 0) = 0,$$

за исключением источника тепловыделения, на котором в течение всего процесса $\Theta = 1$.

Граничные условия:

- на границе $X = 0$ моделировался конвективно-радиационный теплообмен с внешней средой

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = \text{Bi} \cdot \Theta + \text{Bi} \cdot \frac{T_0 - T^e}{T_{\text{hs}} - T_0} + \text{Sk}_1 \cdot \left[\left(\Theta + \frac{T_0}{T_{\text{hs}} - T_0} \right)^4 - \left(\frac{T^e}{T_{\text{hs}} - T_0} \right)^4 \right];$$

- на остальных внешних границах – условия теплоизоляции:

$$\frac{\partial \Theta(X^*, Y, \tau)}{\partial X} = 0 \text{ или } \frac{\partial \Theta(X, Y^*, \tau)}{\partial Y} = 0 \text{ в зависимости от положения границы;}$$

- на внутренних границах твердого материала и газа, параллельных оси OX :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y};$$

- на внутренних границах твердого материала и газа, параллельных оси OY :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial X} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial X}.$$

Здесь X, Y – безразмерные координаты декартовой системы координат; L – длина газовой полости вдоль оси Ox ; τ – безразмерное время; U, V – безразмерные скорости в проекциях на оси X и Y , соответственно; T – температура; Θ – безразмерная температура, Ψ – безразмерный аналог функции тока; Ω – безразмерный аналог вектора вихря; $\text{Pr} = \nu/a_2$ – число Прандтля; ν – коэффициент кинематической вязкости газа; a_2 – коэффициент температуропроводности газа; $\text{Ra} = g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L^3/\nu a_2$ – число Рэлея; g – ускорение свободного падения; β – термический коэффициент объемного расширения; T_{hs} – температура источника тепла; T_0 – начальная температура области решения; $\text{Sk} = \varepsilon\sigma L(T_{\text{hs}} - T_0)^3/\lambda_2$ – число Старка в газовой полости; ε – приведенная степень черноты; σ – постоянная Стефана-Больцмана; λ_2 – коэффициент теплопроводности газа; τ_λ – монохроматическая оптическая толщина среды; $\text{Fo} = a_1 t_0/L^2$ – число Фурье материала твердой стенки; a_1 – коэффициент температуропроводности материала твердой стенки; $t_0 = \sqrt{L/g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)}$ – масштаб времени; $\text{Bi} = \alpha L/\lambda_1$ – число Био материала твердой стенки; λ_1 – коэффициент теплопроводности материала твердой стенки; α – коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения; T^e – температура окружающей среды; $\text{Sk}_1 = \varepsilon_1\sigma L(T_{\text{hs}} - T_0)^3/\lambda_1$ – число Старка; ε_1 – приведенная степень черноты на поверхности твердой стенки; $\lambda_{2,1} = \lambda_2/\lambda_1$ – относительный коэффициент теплопроводности.

Краевая задача (1)–(4) с соответствующими начальными и граничными условиями решена

методом конечных разностей. Для аппроксимации конвективных слагаемых в эволюционных уравнениях применялась схема второго порядка, позволяющая учесть знак скорости, для диффузионных слагаемых – центральные разности. Значения вихря скорости на поверхности стенки определялись по формуле Вудса [8]. Уравнения параболического типа решались с использованием локально одномерной схемы А.А. Самарского [9], т.е. совершался переход на промежуточный временной слой. Полученная таким образом система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей разрешалась методом прогонки. Для дискретизации уравнения Пуассона применялся пятиточечный шаблон “крест” на основе формул симметричной аппроксимации вторых производных. При этом полученная СЛАУ разрешалась методом последовательной верхней релаксации [10]. Оптимальное значение параметра релаксации подбиралось на основе вычислительных экспериментов.

Разработанный численный алгоритм был протестирован на задаче естественной конвекции в замкнутой квадратной полости [11, 12]. В качестве определяемой величины выступало среднее число Нуссельта на вертикальной стенке (табл.).

Таблица. Значения средних чисел Нуссельта

	[11]	[12]	полученные результаты
$Ra = 10^3$	1.118	1.121	1.121
$Ra = 10^4$	2.243	2.286	2.247
$Ra = 10^5$	4.519	4.546	4.536
$Ra = 10^6$	8.800	8.652	8.981

Результаты, представленные в таблице, наглядно показывают, что используемый метод приводит к достаточно хорошим соответствиям с результатами других авторов.

Результаты численного моделирования. Численный анализ сформулированной задачи проведен в широком диапазоне изменения определяющих параметров: $Ra = 10^4, 10^5, 10^6$, $Pr = 0.71$, $\tau = 100 - 1000$, $\lambda_{2,1} = 6.8 \cdot 10^{-5}$, $5.7 \cdot 10^{-4}$, $3.7 \cdot 10^{-2}$, $\tau_\lambda = 50, 100$. В результате получены типичные распределения линий тока и поля температуры. Проанализировано влияние числа Рэлея, фактора нестационарности, оптической толщины среды и относительного коэффициента теплопроводности на формирование термогидродинамических режимов. Установлено, что учет механизма излучения приводит к повышению температуры в газовой полости. Определены масштабы нелинейного влияния внешней среды, вследствие кондуктивного теплопереноса в твердых стенках, ограничивающих газовую полость. Установлено, что уменьшение относительного коэффициента теплопроводности приводит к уменьшению среднего числа Нуссельта на характерных границах раздела.

Список литературы

1. Premachandran V., Balaji C. Conjugate mixed convection with surface radiation from a horizontal channel with protruding heat sources // *Int. J. Heat Mass Transfer*. – 2006. – Vol. 49. – Pp. 3568–3582.
2. Боровский И.Б., Городский Д.Д., Шарафеев И.М., Морящев С.Ф. О поверхностном легировании металлов с помощью непрерывного лазерного излучения // *Физика и химия обработки материалов*. – 1984. – № 1. – С. 19–23.
3. Tan Z., Howell J.R. Combined radiation and natural convection in a two-dimensional participating square medium // *Int. J. Heat Mass Transfer*. – 1991. – Vol. 34. – Pp. 785–793.
4. Спэрроу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением. – Л.: Энергия, 1971. – 296 с.
5. Блох А.Г. Основы теплообмена излучением. – М.: Госэнергоиздат, 1962. – 330 с.
6. Соковишин Ю.А., Мартыненко О.Г. Введение в теорию свободно-конвективного теплообмена. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. – 224 с.
7. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
9. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
10. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2002. – 840 с.
11. de Vahl Davis G. Natural convection of air in a square cavity: a bench numerical solution // *Int. J. Numerical Methods of Fluids*. – 1983. – Vol. 3. – Pp. 249–264.
12. Dixit H.N., Babu V. Simulation of high Rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method // *Int. J. Heat Mass Transfer*. – 2006. – Vol. 49. – Pp. 727–739.

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ РИСКА БАНКРОТСТВА ПРЕДПРИЯТИЯ

М.И. Шерыкалова

Научный руководитель: доц., к.ф.-м.н. Д.В. Семенова,
Сибирский федеральный университет Институт математики
г. Красноярск, пр-т.Свободный д. 79
E-mail: smeiky@yandex.ru

THE ANALYSIS OF THE METHODS RISK ASSESSMENT BANKRUPTCY OF THE BUSINESSES

M.I. Sherykalova

Scientific Supervisor: Docent, PhD, D.V. Semenova,
Siberian Federal University, 660041, Russia, Krasnoyarsk, Svobodnyi av., 79
E-mail: smeiky@yandex.ru

Given article presents itself analysis existing methods risk assessment bankruptcy of the businesses: well-known (quantitative and qualitative) of the methods, as well as incorporated comparatively recently of Nedosekin's Method, founded on the use the fuzzy sets (fuzzy numeric), which decision rests in the famous methods in literature with use OWA-operator Yager's and matrix method.

Введение

Риск – характеристика ситуации, имеющей неопределенность исхода, при обязательном наличии неблагоприятных последствий. Риск предполагает неуверенность, либо невозможность получения достоверного знания о благоприятном исходе в заданных внешних обстоятельствах. Степень риска банкротства – это комплексный показатель, характеризующий как финансовое положение предприятия, так и качество управления им, которое, в результате, получает свое выражение в финансовом эквиваленте, но не исчерпывается одними лишь финансовыми последствиями.

Переход России к рыночным отношениям возродил институт несостоятельности (банкротства). В условиях административно-командной системы управления экономикой, объективным следствием экономического развития общества по рыночной модели является то, что постоянно какая-то часть экономической инфраструктуры сталкивается с финансовыми затруднениями, которые она уже не в состоянии самостоятельно преодолеть. По сути, банкротство – это обратная сторона медали успешного предпринимательства, объективный процесс при рыночной экономике. И, каковы бы ни были причины банкротства, оно оборачивается убытками и дефицитом оборотных средств предприятия.

Существует несколько подходов в оценке риска банкротства предприятия. Рассмотрим последовательно некоторые из них.

Общепринятые методы оценки риска банкротства предприятия

Для оценки риска банкротства предприятия известны два классических подхода, условно называемые количественный подход (базируется на финансовых данных и включает умение читать баланс и оперирование некоторыми коэффициентами) и качественный подход (исходит из сравнения данных по обанкротившимся компаниям с соответствующими данными исследуемой компании).

Количественный подход к оценке риска банкротства предприятия

Количественными методами являются методы дискриминантного анализа, с помощью которого решаются задачи разбиения некоторой совокупности анализируемых объектов на классы путем построения так называемой классифицирующей функции в виде корреляционной модели. К количественным методам оценки риска банкротства предприятия относятся двухфакторная модель, модель Алтмана, модель Лиса, модель Чессера, модель Давыдовой-Беликова, рейтинговая оценка Сайфуллина-Кадыкова и др.

Качественный подход к оценке риска банкротства предприятия

В отличие от количественного подхода к предсказанию банкротства качественный подход предполагает сравнение признаков уже обанкротившихся компаний с такими же признаками «подозрительной» компании. Качественный подход к предсказанию банкротства основан на изучении отдельных характеристик, присущих бизнесу, развивающемуся по направлению к банкротству.

Любой прогноз, полученный при использовании качественных методик прогнозирования банкротства, независимо от числа критериев, является субъективным, а рассчитанные значения критериев носят скорее характер информации к размышлению, нежели побудительных стимулов для принятия немедленных решений.

Указанные методики дают возможность определить вероятность приближения лишь стадии кризиса коммерческой организации и не позволяют прогнозировать наступление фазы роста и других фаз её жизненного цикла. Поэтому наиболее рациональным представляется применение данных классических

подходов в совокупности.

Модель V&M на основе нечетких множеств (модель Недосекина)

Подход анализа риска банкротства, основанный на применении нечетких множеств, позволяет, учитывая все недостатки существующих количественных и качественных подходов, анализировать риск банкротства, настраиваясь не только на страну, период времени, отрасль, но и на само предприятие, на его экономическую и управленческую специфику.

Пусть имеется математическая модель риска банкротства предприятия, далее именуемая BR-моделью (BRM – Bankruptcy Risk Model):

$$BRM = \langle G, L, \Phi \rangle, \quad (1)$$

где G – древовидная иерархия факторов банкротства (дерево факторов), L – набор качественных оценок уровней каждого фактора в иерархии G , Φ – система отношений предпочтения одних факторов другим на одном уровне иерархии факторов.

Метод оценки риска банкротства с использованием OWA-оператора Ягера

Данный метод позволяет произвести комплексную оценку риска банкротства корпорации, основываясь только на качественных шкалах и отношениях предпочтения между факторами в структуре иерархии этих факторов. При этом и сама иерархия, и отношения порядка настраиваются в модели риска банкротства корпорации совершенно индивидуально, на усмотрение оценщика.

Метод такой оценки основан на формировании лингвистической переменной "Уровень фактора" с терм-множеством значений L , в качестве семейства функций принадлежности μ_{*i} выступает стандартный пятиуровневый 01-классификатор. В соответствии с вводимым на G порядком предпочтения Φ и используя систему весовых коэффициентов Фишберна, определяется значение весов p_i для каждого рассматриваемого фактора F_i ($i=1, \dots, N$). Тогда показатель j -ого подуровня F_* характеризуется своей лингвистической оценкой, определяемой функцией принадлежности на 01-носителе, с использованием OWA-оператора Ягера:

$$\mu_*(x) = \sum_{i=1}^{M_j} \mu_{*,j}(x) * p_i, \quad (2)$$

где $\mu_*(x)$ – функция принадлежности интегрального показателя, заданная для подуровня $*$ и необходимая для лингвистической оценки интегрального показателя, M_j – число факторов на j -ом подуровне $*$, i – индекс текущего фактора, $*$ – индекс текущего подуровня.

Для лингвистического распознавания значения полученной функции с целью выработки суждения о качественном уровне показателя F_* задается мера распознавания уровня. В качестве такой меры используется, например, разновидность нормы Хемминга. Сам же риск банкротства и его лингвистическая оценка напрямую вытекают из предыдущего изложения. Если сопоставить лингвистические переменные "Уровень фактора" и "Степень риска банкротства предприятия", то можно установить взаимно однозначное соответствие.

Метод оценки риска банкротства с использованием матричной схемы агрегирования

Данный метод позволяет оценивать количественный уровень факторов, определяющих влияние на риск развития банкротства предприятия. Учет фактора риска заключается в определении интегрального показателя риска неблагоприятного воздействия – g .

Рассматривая BR-модель и используя древовидную иерархию факторов, набор качественных оценок каждого фактора, систему отношений предпочтения факторов, производится агрегирование составляющих факторов на уровень базовых факторов на основе матричной схемы агрегирования. Выполнение формальных арифметических действий по оценке степени риска банкротства g (вычисление агрегированного показателя) производится по следующей формуле:

$$g = \sum_{j=1}^5 \alpha_j \sum_{i=1}^N r_i * \lambda_{ij}, \quad (3)$$

где α_j – набор узловых точек стандартного пятиуровневого 01-классификатора.

Заключительным этапом является лингвистическое распознавание значения полученной функции g . Результатом проведенного анализа являются лингвистическое описание степени риска банкротства и (дополнительно) степень уверенности эксперта в правильности его классификации.

Итоги и выводы

Для оценки риска банкротства предприятия известны два стандартных классических подхода: количественный подход и качественный подход. Подход на основе нечетких множеств позволяет, учитывая основные недостатки общепринятых подходов, анализировать риск банкротства, настраиваясь не только на страну, период времени, отрасль, но и на само предприятие, на его экономическую и

управленческую специфику; предоставляет возможность анализ качественной инсайдерской информации о предприятии, предоставляет более детальное описание отношения предприятия к риску банкротства.

Список литературы

1. Недосекин А.О. Методологические основы моделирования финансовой деятельности с использованием нечетко-множественных описаний: Дисс. д.э.н. – СПб., 2003. – 280с.
2. Fuller R. On obtaining OWA operator weights: a short survey of recent developments. Eotvos Lorand University Department of Operations Research.

СОПРЯЖЕННАЯ СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ С УЧЕТОМ ВНУТРЕННЕГО МАССОПЕРЕНОСА

Н.И. Шишкин

Научный руководитель: к.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет, 634050, Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36

E-mail: mamba_zaza_123@sibmail.com

CONJUGATE MIXED CONVECTION IN A RECTANGULAR DOMAIN UNDER THE ASSUMPTION OF THE INTERNAL MASS TRANSFER

Nikita I. Shishkin

Scientific Supervisor: Dr. Mikhail A. Sheremet

Tomsk State University, 634050, Russia, Tomsk, Lenin Avenue, 36

E-mail: mamba_zaza_123@sibmail.com

Conjugate mixed convection in a rectangular cavity under the assumption of the mass transfer has been numerically studied. The governing dimensionless equations in stream function-vorticity formulations have been solved using a finite difference technique. The solution, in general, has the following parameters: the Rayleigh number, Ra , the Prandtl number, Pr , the Reynolds number, Re , the buoyancy ratio, Br , and the thermal conductivity ratio. Results have been obtained for the Prandtl number of 0.7, for the Rayleigh number ranged from 10^4 to 10^6 , for the Reynolds number ranged from 200 to 800 and for values of the buoyancy ratio between -2 and 5.

Введение. Математическое моделирование смешанной конвекции в условиях внутреннего массопереноса в газовой полости при наличии теплопроводных стенок конечной толщины имеет как фундаментальное, так и прикладное значение [1–3]. Изучение режимов сопряженного конвективно-кондуктивного теплопереноса особенно важно для микроэлектроники [2, 4]. Современные тенденции развития микроэлектронной техники, связанные с уменьшением габаритных размеров, приводят к увеличению плотности удельных тепловых потоков на единицу площади поверхности, что негативным образом отражается на эффективности работы всей системы [4].

Целью настоящей работы является численный анализ задачи нестационарного тепломассопереноса в прямоугольной области с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника тепловыделения.

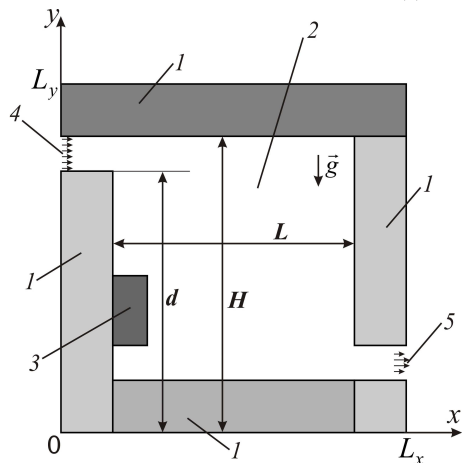


Рис. 1. Область решения: 1 – стенки; 2 – газ; 3 – источник тепловыделения; 4 – входное отверстие; 5 – выходное отверстие

Математическая модель. Рассматривается краевая задача нестационарного сопряженного тепломассопереноса в прямоугольной области, представленной на рис. 1. Область решения включает как стенки, имеющие конечные размеры, так и газовую полость с источником тепла. В полость подается газ (4 на рис. 1), содержащий некоторую примесь заданной начальной концентрации. Через отверстие (5 на рис. 1) происходит выход газа. Источник тепловыделения, расположенный на внутренней поверхности левой стенки, характеризуется постоянной в течение всего процесса температурой. Горизонтальные стенки ($y = 0$, $y = L_y$) и вертикальная стенка ($x = L_x$), образующие газовую полость, предполагаются теплоизолированными с наружной стороны. На границе $x = 0$ осуществляется конвективно-радиационный теплообмен с

окружающей средой.

Предполагается, что теплофизические свойства материала стенок и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ считается вязкой, теплопроводной, ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Предполагается, что члены в уравнении энергии, характеризующие вязкую диссипацию и работу сил давления, пренебрежимо малы.

В такой постановке процесс переноса тепла и массы в рассматриваемой области (рис. 1) описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска [5] и уравнением диффузии в газовой полости, а также нестационарным уравнением теплопроводности для элементов твердого материала [6] с нелинейными граничными условиями.

Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных “функция тока – вектор завихренности скорости – температура – концентрация”. В качестве масштаба расстояния выбрана длина рассматриваемой области решения по оси x .

Безразмерные уравнения сопряженного теплопереноса:

- в газовой полости (2 на рис. 1)

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Omega)}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr} \cdot \text{Re}^2} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} + \text{Br} \frac{\partial \zeta}{\partial X} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Theta)}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\zeta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\zeta)}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Sc} \cdot \text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial Y^2} \right), \quad (4)$$

- для элементов твердой стенки (1 на рис. 1)

$$\frac{1}{\text{Fo}} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial Y^2}. \quad (5)$$

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(5) рассматривались в следующем виде.

Начальные условия:

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = \Theta(X, Y, 0) = \zeta(X, Y, 0) = 0,$$

за исключением источника тепловыделения, на котором в течение всего процесса $\Theta = 1$.

Граничные условия:

- на границе $X = 0$ моделировался конвективно-радиационный теплообмен с внешней средой

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = \text{Bi} \cdot \Theta + \text{Bi} \cdot \frac{T_0 - T^c}{T_{\text{hs}} - T_0} + \text{Sk} \cdot \left[\left(\Theta + \frac{T_0}{T_{\text{hs}} - T_0} \right)^4 - \left(\frac{T^c}{T_{\text{hs}} - T_0} \right)^4 \right]; \quad (6)$$

- на остальных внешних границах – условия теплоизоляции:

$$\frac{\partial \Theta(X^*, Y, \tau)}{\partial X} = 0 \text{ или } \frac{\partial \Theta(X, Y^*, \tau)}{\partial Y} = 0 \text{ в зависимости от положения границы;}$$

- на входе в полость (4 на рис. 1):

для уравнения энергии рассматривались граничные условия 3 рода (6),

для функции тока, завихренности и концентрации:

$$\Psi = Y - \frac{d}{L_x}, \quad \Omega = 0, \quad \zeta = 1;$$

- на выходе из полости (5 на рис. 1):

$$\frac{\partial \Psi}{\partial X} = \frac{\partial \zeta}{\partial X} = \frac{\partial \Omega}{\partial X} = \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0;$$

- на границах твердого материала и газа, параллельных координатным осям $OX(OY)$, кроме границ смежных сечению $Y = H/L_x$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y(\partial X)} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y(\partial X)};$$

- на границах смежных сечению $Y = H/L_x$, параллельных координатным осям $OX(OY)$:

$$\Psi = \frac{H-d}{L_x}, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y(\partial X)} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y(\partial X)}.$$

Здесь X, Y – безразмерные координаты декартовой системы координат; τ – безразмерное время; U, V –

безразмерные скорости в проекциях на оси X и Y , соответственно; T – температура; Θ – безразмерная температура, Ψ – безразмерный аналог функции тока; Ω – безразмерный аналог вектора вихря; $Re = V_{in} L_x / \nu$ – число Рейнольдса; V_{in} – масштаб скорости (скорость потока на входе в полость); ν – коэффициент кинематической вязкости газа; $Pr = \nu / a_2$ – число Прандтля; a_2 – коэффициент температуропроводности газа; $Ra = g\beta(T_{hs} - T_0)L_x^3 / \nu a_2$ – число Рэлея; g – ускорение свободного падения; β – термический коэффициент объемного расширения; T_{hs} – температура источника тепла; T_0 – начальная температура области решения; $Br = (\beta_c \Delta C) / (\beta \Delta T)$ – параметрический критерий (параметр плавучести); β_c – диффузионный коэффициент объемного расширения; ζ – безразмерная концентрация примеси; $Sc = \nu / D$ – число Шмидта; D – коэффициент диффузии; $Fo = a_1 t_0 / L_x^2$ – число Фурье материала твердой стенки; a_1 – коэффициент температуропроводности материала твердой стенки; t_0 – масштаб времени; $Bi = \alpha L_x / \lambda_1$ – число Био материала твердой стенки; λ_1 – коэффициент теплопроводности материала твердой стенки; α – коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения; T^e – температура окружающей среды; $Sk = \varepsilon \sigma L_x (T_{hs} - T_0)^3 / \lambda_1$ – число Старка; ε – приведенная степень черноты; $\lambda_{2,1} = \lambda_2 / \lambda_1$ – относительный коэффициент теплопроводности; λ_2 – коэффициент теплопроводности газа.

Для решения краевой задачи (1)–(5) с соответствующими начальными и граничными условиями применялся метод конечных разностей. Значения вихря скорости на поверхности стенки определялись по формуле Вудса. Уравнения параболического типа решались на основе локально одномерной схемы А.А. Самарского [7]. Для дискретизации уравнения Пуассона (2) применялся пятиточечный шаблон “крест” на основе формул симметричной аппроксимации вторых производных. При этом полученная система линейных алгебраических уравнений разрешалась методом последовательной верхней релаксации [8]. Разработанный численный метод был протестирован на задаче термогравитационной конвекции в замкнутой квадратной полости [9, 10]. В качестве определяемой величины выступало среднее число Нуссельта на одной из изотермических стенок (табл.).

Таблица. Значения средних чисел Нуссельта

	[9]	[10]	полученные результаты
$Ra = 10^4$	2.243	2.244	2.247
$Ra = 10^5$	4.519	4.536	4.536
$Ra = 10^6$	8.800	8.860	8.981

Результаты, представленные в таблице, наглядно показывают, что используемый метод приводит к достаточно хорошим соответствиям с результатами других авторов.

Результаты численного моделирования. Математическое моделирование смешанной конвекции в условиях массопереноса в прямоугольной области со стенками конечной толщины проведено в достаточно широком диапазоне изменения определяющих параметров $Ra = 10^4, 10^6$, $Re = 200 - 800$, $Pr = Sc = 0.7$, $Br = -2, 2, 5$. Получены распределения линий тока и поля температуры, характеризующие основные режимы течения и теплопереноса, а также установлены масштабы воздействия фактора нестационарности в условиях лучисто-конвективного теплообмена на одной из внешних границ. Показано существенное влияние внутреннего массопереноса как на локальные характеристики процесса переноса тепла, так и на структуру интегральных коэффициентов тепло- и массообмена.

Список литературы

1. Лыков А.В., Алексахенко А.А., Алексахенко В.Л. Сопряженные задачи конвективного теплообмена. – Минск: Изд-во БГУ, 1971. – 346 с.
2. Дульнев Г.Н., Семяшкин Э.М. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. – М.: Энергия, 1968. – 360 с.
3. Краус А.Д. Охлаждение электронного оборудования. – Л.: Энергия, 1971. – 248 с.
4. Бирюлин Г.В., Егоров В.И., Попов Ю.Ю., Савинцева Л.А. Тепловой режим микросборок // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО “Исследования и разработки в области физики и приборостроения”. – 2006. – Вып. 31. – С. 115–117.
5. Соковишин Ю.А., Мартыненко О.Г. Введение в теорию свободно-конвективного теплообмена. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. – 224 с.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
8. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2002. – 840 с.

9. de Vahl Davis G. Natural convection of air in a square cavity: a bench numerical solution // *Int. J. Numerical Methods of Fluids*. – 1983. – Vol. 3. – Pp. 249–264.
10. Merrikh A.A, Lage J.L. Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks // *Int. J. Heat Mass Transfer*. – 2005. – Vol. 48 – Pp. 1361–1372.

СЕКЦИЯ 4
ТЕХНОЛОГИЯ

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТЕЧЕНИИ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ДИССОЦИИРУЮЩЕГО ГАЗА

А.Ю. Беляева

*Научный руководитель: профессор, д. ф.-м.н. О.В. Матвиенко
Томский государственный университет, 634050, Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36
E-mail: Nastena625@sibmail.com*

HEAT TRANSFER AND FLOW FIELD OF THE SWIRLING FLOW OF THE DISSOCIATIVE GAS

A.U. Belyaeva

*Scientific Supervisor: Dr. O.V. Matvienko
Tomsk State University, 634050, Russia, Tomsk, Lenin str., 36
E-mail: Nastena625@sibmail.com*

In this paper, a study of flow field and heat transfer dissociative swirling flow of gas. With the increase in the intensity plot twist happens at the initial rate of increase in heat, then decrease heat loss.

Исследование теплообмена при течении в каналах химически реагирующих теплоносителей является в настоящее время одной из важных проблем конвективного теплообмена, получившей развитие в связи с потребностями современной техники, в частности атомной энергетики и химической технологии.

Диссоциирующие газовые смеси рассматриваются как возможные теплоносители для ядерных реакторов, позволяющие в принципе обеспечивать высокую тепловую напряженность активной зоны. Задачи оптимизации процессов и аппаратов химической технологии также тесно связаны с изучением теплоотдачи при течении химически реагирующих систем. При этом наряду с такой широко распространенной формой течения как турбулентное практическое значение имеет и ламинарное течение реагирующих теплоносителей. Большинство исследований конвективного теплообмена и сопротивления при течении химически реагирующих газов в трубах относится к диссоциирующему азотному тетраоксиду. Это связано главным образом с двумя обстоятельствами. Азотный тетраоксид диссоциирует при сравнительно низких температурах (до 800 – 1000° С в зависимости от давления), что сделало его удобным объектом для экспериментальных исследований. Кроме того, он рассматривается как возможный теплоноситель и рабочее тело для АЭС с реакторами на быстрых нейтронах, что стимулировало изучение теплообмена и гидродинамики при его течении в каналах.

Для описания структуры потока используются двумерные осесимметричные уравнения Рейнольдса, записанные относительно осредненных по времени составляющих осевой u , радиальной v , тангенциальной w скорости и давления p :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_{\text{eff}} r \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \\ \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v^2 r}{\partial r} &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_{\text{eff}} r \left(2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] - 2 \frac{\mu_{\text{eff}} v}{r^2} + \frac{\rho w^2}{r}, \\ \frac{\partial \rho u w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v w r}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_{r\phi}} r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right] - \frac{\rho v w}{r}. \end{aligned}$$

Исследования характеристик турбулентности осуществлялось с использованием двухпараметрической k - ϵ модели, адаптированной Джонсом и Лаундером для расчета течений с низкими числами Рейнольдса:

$$\frac{\partial \rho u k}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v k r}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + G_k - \rho \epsilon - 2\mu \left[\left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial r} \right)^2 \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u \epsilon}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v \epsilon r}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\epsilon} r \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right] + (C_1 - C_2 \rho \epsilon) \frac{\epsilon}{k}, \quad (2)$$

В (1, 2) G_k - диссипативная функция, которая рассчитывается как:

$$G_k = \mu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(r \frac{\partial w / r}{\partial r} \right)^2 \right\}.$$

Значения констант выбираются в соответствии с рекомендациями: $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92(1 - C_3 Ri)$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$. Число Ричардсона Ri определяется следующим выражением:

$$Ri = \frac{k}{\varepsilon^2} \frac{w^2}{r} \frac{\partial(wr)}{\partial r}.$$

Эффективная вязкость (μ_{eff}) определяется как сумма молекулярной (μ) и турбулентной вязкости (μ_t). Турбулентная вязкость может быть рассчитана с использованием k - ε модели турбулентности:

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 \varepsilon^{-1}.$$

где $C_\mu = 0.09$ – константа модели турбулентности.

При моделировании теплопереноса и химического реагирования используются уравнение теплопроводности и диффузии реагента с учетом протекающей в потоке реакции:

$$C_p \left(\frac{\partial \rho u T}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r T}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_e \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_e r \frac{\partial T}{\partial r} \right] - Q M k_0 \exp \left(-\frac{E_A}{R_g T} \right).$$

$$\frac{\partial \rho u M}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r M}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho D_e \frac{\partial M}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho D_e r \frac{\partial M}{\partial r} \right] - M k_0 \exp \left(-\frac{E_A}{R_g T} \right).$$

Параметры химической реакции выбирались для реакции диссоциации тетраксида азота N_2O_4 : $N_2O_4 \rightarrow 2NO_2$. Энергия активации $E_A = 103.8$ кДж, $k_0 = 3 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$.

Плотность среды ρ определяется уравнением состояния

$$\rho = \frac{p}{RT} \left(\frac{M}{W_{N_2O_4}} + \frac{1-M}{W_{NO_2}} \right)^{-1},$$

где R_g – универсальная газовая постоянная, $W_{N_2O_4}$, W_{NO_2} – молекулярная масса N_2O_4 и NO_2 соответственно

Вследствие эллиптичности системы дифференциальных уравнений для замыкания задачи необходима постановка граничных условий на всех границах расчетной области.

Граничные условия на входе определяются для всех переменных. Задается распределение скорости потока, а кинетическая энергия турбулентности на входе берется пропорциональной кинетической энергии осредненного течения.

$$x=0: \quad u = u_{\text{in}}, \quad v = 0, \quad w = \Omega u_{\text{in}} \left(\frac{2r}{d} \right)^n, \quad k = Tu \cdot (u_{\text{in}}^2 + w_{\text{in}}^2), \quad \varepsilon = 2k_{\text{in}}^{3/2} / (\eta d), \quad T = T_{\text{in}}, \quad M = 1.$$

Здесь $\eta = 0.005$, Tu – константы модели, d – диаметр канала, Ω , n – параметры, характеризующие интенсивность закрутки потока на входе в канал.

На выходе осевые составляющие градиента тангенциальной скорости, температуры, а также турбулентных характеристик k и ε , предполагаются равными нулю. Значения радиальной скорости v в выходных сечениях берутся равными нулю. Таким образом, в выходных сечениях граничные условия можно записать в виде

$$x=L: \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial x} = 0.$$

На оси канала задаются традиционные условия:

$$r=0: \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0.$$

На стенках канала выполняется условие прилипания и идеальной теплопроводности. Для определения турбулентных характеристик предполагается локальное равновесие в пристеночной области.

$$r=d/2: \quad u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad k_{\text{nw}} = \frac{\tau_w}{\rho \sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon_{\text{nw}} = \frac{k_{\text{nw}}^{3/2} C_\mu^{3/4}}{\chi r_{\text{nw}}}, \quad T = T_w, \quad \frac{\partial M}{\partial r} = 0.$$

Напряжение на стенке τ_w можно найти как

$$\tau_w = \begin{cases} \mu u / (d/2 - r) & \text{при } Y \leq 11.5 \\ EY^4 \sqrt{C_\mu} \rho u \sqrt{k} \ln(Y) / \chi & \text{при } Y > 11.5 \end{cases}$$

где $Y = \frac{\sqrt[4]{C_{\mu} \rho \sqrt{k} (d/2 - r)}}{\mu}$ – безразмерное расстояние от стенки, $E = 9.0$ (для гладкой стенки) – константа

модели, r_{nw} – расстояние от стенки до ближайшего пристеночного узла, отмеченного индексом – nw.

Ниже приведено численное исследование влияния теплоэнергетических и гидродинамических факторов, включающих закрутку, на теплообмен потока реагирующего с поглощением тепла.

Рассмотрим результаты численного исследования влияния закрутки на теплообмен эндотермически реагирующего потока. Вблизи от входа в трубу теплоотдача растет с закруткой, а при $x > x_1$ – уменьшается. На достаточном удалении от входа $x > x_2$ наблюдается восстановление числа Нуссельта Nu до значений, характерных для прямоточных потоков.

Причины, вызывающие такой режим теплообмена во многом сходны с теплообменом химически инертного потока в обогреваемом канале. Действительно, с увеличением интенсивности закрутки $Ro = (\omega d)/(2u_{in})$ интенсифицируется прокачка свежего, еще не разложившегося реагента около горячей стенки, что в свою очередь приводит к повышению скорости химической реакции и, следовательно, функции теплопоглощения. Таким образом, на начальном участке течения с увеличением интенсивности закрутки наблюдается понижение температуры в пристеночной области и увеличение температурного градиента на стенке. На участке, где силы трения начинают преобладать над центробежными, происходит торможение потока у стенки, что приводит к оттоку из периферийной области в приосевую, причем интенсивность оттока увеличивается с закруткой, поэтому распределение температуры в сечении становится более равномерным, среднерасходная температура увеличивается, а тепловой поток от стенки уменьшается. Таким образом, с увеличением интенсивности закрутки $Ro = (\omega d)/(2u_{in})$ на участке значительного преобладания центробежных сил происходит увеличение коэффициента теплоотдачи, на участке вырождения закрутки – уменьшение. Заметим, что обусловленная закруткой интенсификация теплообмена на начальном участке течения сохраняется при высоких $Re(\rho u_{in} d)/\mu$ на большем расстоянии от входа в трубу. Поэтому повышение эффективности использования закрученных потоков связано с увеличением области с преобладанием центробежных сил.

ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ДВИЖЕНИЕ ВЛАГИ В БЕТОНЕ

Х.В. Куклина, А.И. Гныря

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.И. Гныря

Томский государственный архитектурно-строительный университет,

634003, Россия, г.Томск, пл. Соляная, 2

E-mail: khristi-k@sibmail.com

FACTORS AFFECTING THE MOVEMENT OF MOISTURE IN CONCRETE

Kh.V. Kuklina, A.I. Gnyria

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.I. Gnyria

Tomsk State University of Architecture and Building,

634003, Russia, Tomsk, Solyanaya Sq., 2

E-mail: khristi-k@sibmail.com

The article discusses some of the factors affecting the movement of moisture in concrete: helium and porous structure, adsorption, viscosity, porosity and water permeability.

Движение влаги в бетоне в большей степени зависит от правильного подбора состава бетонной смеси и ее технологических свойств (консистенция и подвижность). Соблюдение технологии укладки бетонной смеси (способы подачи, распределения и уплотнения; толщина и последовательность укладки слоев; допустимая продолжительность перекрытия слоев; необходимая интенсивность подачи бетонной смеси; заметное выступание цементного молока на горизонтальной плоскости забетонированной конструкции) является показателем хорошего качества в плане влагустойчивости [1].

В конечном итоге влагустойчивость от цементного теста и наличия пор заполнителя. В первой стадии набора прочности бетона фракции заполнителя окружены цементным тестом, оставшиеся свободные полости так же оказывают воздействие на миграцию влаги [2]. По мере того, как бетонная смесь изменяется от влажного состояния до состояния полной гидратации, его внутренняя влагустойчивость зависит от размеров, формы и концентрации исходного цементного зерна в начале гидратации. На концентрацию гелиевых частиц влияют так же размеры и форма цементного зерна.

Гелиевая и пористая структура. Затвердевшее тесто представляет собой капиллярно-пористую структуру, а не скопление отдельных частиц продукта новообразования. Тем не менее, эта структура

состоит из частиц, зафиксированных в случайном положении, неспособных к перемещению. Эти частицы соединены между собой малой долей всей поверхности каждой частицы. Они очень малы, но малый размер не уменьшает их значения в прикладной теории до тех пор, пока они имеют большой размер относительно молекулы воды.

В работе Пауэрса и др. [3] приведены сообщения о следующих размерах и формах частиц: фактор сферичности 0,36; диаметр объема 264 А; диаметр поверхности 440 А; диаметр стока 205 А; диаметр специфической поверхности 95 А. Эти данные обозначают, что частицы имеют вид листов или волокон (или и тех и других), что подтверждается данными электронных микрофотографий.

Объем, занимаемый гелиевыми частицами, больше объема цементных частиц, но меньше суммы исходного объема воды и цемента. Объем гелиевых частиц состоит из объемов: исходного гидратированного цемента, химически комбинированной воды и гелиевой воды. Объем геля увеличивается с увеличением гидратации и становится приблизительно в 2,13 раза больше исходного объема цемента. Поэтому пористость геля составляет около 26 %, а поры геля варьируется в пределах от 14 до 28 А [4].

Изначально объем капиллярных пор равен нулю, и гелиевая гидратация невозможна при В/Ц ниже 0,36. Существует максимальное В/Ц (около 0,7), выше которого полная гидратация не производит достаточного количества геля для закрытия всех капилляров. Между этими крайними значениями объем капиллярных пор может быть оценен в зависимости от разницы между исходным объемом воды и цемента и объемом гелиевых и цементных частиц.

Движение воды через бетон наталкивается на сопротивление отдельных гелиевых частиц, хотя бетон и содержит значительное количество капиллярного пространства. Фактически течение происходит по извилистым путям, оно часто чередуется и является бурным при рассмотрении с микроскопического уровня.

Адсорбция и вязкость. Уникальные свойства коллоидов характеризуются их большой площадью специфической поверхности и большой энергией, заключенной в ней. Хотя эти частицы имеют различные объемы и формы, далекие сферических, малый размер межчастичного пространства создает основную трудность, так как наибольшее количество воды находится в силовом поле гелиевых частиц, то есть преобладает адсорбция. Суммарным эффектом является то, что вязкость воды не может рассматриваться как постоянная при заданной температуре. Скорее она является функцией размеров межчастичного пространства, то есть вязкостное сопротивление зависит от специфической области частиц вне зависимости от размера и формы, а также типа и количества растворенных материалов.

Адсорбция определяется как удерживание инородных молекул на поверхности субстанции вне зависимости от ее химической природы. Эта адсорбция является физической, и силы, действующие на связывающем уровне, являются преимущественно силами Ван-дер-Ваальса. Тем не менее, сила притяжения все же в определенной степени зависит от химических факторов, таких как атомная или ионная структура вещества и химическая природа молекул вблизи поверхности. Твердый субстрат, на котором происходит адсорбция, состоит из слоев кристаллов, плотно прилегающих друг к другу, в промежутках между которыми находятся упорядоченные слои молекул воды. Влагоустойчивость зависит от отдельных слоев воды, как определено непосредственными условиями, такими как толщина адсорбированных водных слоев, статистическое распределение размеров частиц и толщин слоев, изменения в непрерывности адсорбирующей поверхности субстрата и изменения кристаллов. Молекулярное расположение в каждом добавленном уровне адсорбированных молекул менее стабильно, чем в уровнях, предшествующем ему, поскольку стабилизирующий эффект субстрата уменьшается с расстоянием от поверхности адсорбирующего вещества. Таким образом, сопротивление текучести уменьшается с увеличением толщины водных слоев.

Водяной пар также может быть представлен в адсорбированном состоянии, которое зависит от: размера площади поверхности, энергии взаимодействия между самими молекулами пара и размерами поры.

Вязкость является тем свойством материала, посредством которого он осуществляет влагоустойчивость. Это противодействие зависит от силы сцепления и от передачи молекулярного количества движения. Сцепление преобладает в жидкости в связи с тем, что ее молекулы расположены ближе друг к другу, чем в газе, в котором преобладает передача количества движения. Таким образом, вязкость газа увеличивается с повышением температуры, но для жидкости верно обратное. При обычном нормальном давлении вязкость от него не зависит и является функцией температуры, в то время как при очень высоких давлениях и водяной пар, и жидкость показывают непостоянные изменения [5]. В результате плотность и даже структура жидкости вблизи твердого тела может отличаться от данных параметров на большом расстоянии, и давление пара адсорбированной водной пленки меняется с ее толщиной.

Адсорбция и вязкость в бетоне – функция не только жидкости, но и среды. Вода в различных фазах накапливает потенциальную энергию и обладает пороговым давлением. Все это должно появиться до того, как станет возможным движение влаги. Следовательно, вязкость адсорбированной воды выше, чем вязкость свободной воды.

Пористость и водопроницаемость. Феномен движения влаги через бетон изучается с многих

точек зрения. Прямой подход призван установить соотношения между различными свойствами бетона. Пористость и водопроницаемость, кажется, имеют очевидную связь, но простое теоретическое рассмотрение практически устраняет их использование. Пористость среды не может дать точного определения ее водопроницаемости, так как в природе среды могут иметь одинаковую пористость, но разную водопроницаемость. Этот недостаток пропорциональности сам по себе является достаточным для того, чтобы устранить любую возможность извлечения важных, но необъективных взаимоотношений. Впрочем, оба параметра изменяются одинаковым образом, как будет представлено ниже.

Пористость – это мера пространства пор и, следовательно, вместимости водной среды. Понятие пористости во многом зависит от плотности материала, в котором жидкости могут проходить под воздействием движущих сил.

На основе выше изложенного, следует определить, что общее соотношение между пористостью и водопроницаемостью не может существовать, хотя они изменяются одинаковым образом. Понятие водопроницаемости является очень полезным при исследовании движения воды в бетоне.

Список литературы

1. Гныря А.И. Технология бетонных работ в зимних условиях. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1984. – 280 с.
2. Neville, A. M., Properties of Concrete. John Wiley and Sons, Inc., New York 1963.
3. Powers, T. C., H. M. Mann, and L. E. Copeland, "The Flow of Water in Hardened Portland Cement Paste," International Symposium on Water and its Condition in Soils, Committee on Physico-chemical Phenomena in Soils, Department of Soils Investigations, Highway Research Board, National Research Council, 1959, p 308.
4. Hilsdorf, H., "The Water Content of Hardened Concrete," Report No4. Nuclear Radiation Shielding Studies, University of Illinois, Urbana, Illinois, February 1967.
5. Dorsey, N. E., Properties of Ordinary Water-Substance, American Chemical Society Mono. Series, Reinhold, 1954.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШЕНИЯ В КАВИТАЦИОННО-СМЕСИТЕЛЬНОМ ДИСПЕРГАТОРЕ

T.S. Potrahina

Научный руководитель: д.ф.-м.н. О.В. Матвиенко

Томский государственный университет, 634050, Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36

E-mail: taryushka444@sibmail.com

NUMERICAL STUDY OF CAVITATION IN THE MIXING-DILUTION DISPERSANT

T.S. Potrahina

Scientific Supervisor: Dr. O.V. Matvienko

Tomsk State University, 634050, Russia, Tomsk, Lenin str., 36

E-mail: taryushka444@sibmail.com

In this paper, a study of the mixing of viscous fluids in turbulent flow. analysis of adequacy of various models of turbulence. shown that the use of $k - \epsilon$ RNG works best most consistent with the experiment.

Дорожное строительство требует значительное количество строительных материалов, в том числе, дорожных битумов. Для уменьшения его потребности и более рационального использования ведутся интенсивные поиски новых вяжущих материалов. Одними из таких материалов являются битумные эмульсии.

Перевод битума в состояние водной эмульсии является технологическим приемом, который обеспечивает снижение его вязкости без разогрева и возможность нанесения на влажный каменный материал, обеспечивая хорошую адгезию (прилипание).

Поэтому становится актуальной задача разработки эффективного и экономически выгодного способа изготовления битумных эмульсий без ухудшения их свойств.

В этих целях был разработан кавитационный смеситель-диспергатор (КСД) (рис. 1), содержащий корпус в виде полого цилиндра, входной патрубков ввода водной фазы (1), выполненный в виде полого усеченного конуса и соединенный с завихрителем (2), патрубок ввода диспергируемого компонента (3) с обратным клапаном (4) и выходной патрубок (5) внутри которого установлен суперкавитатор (6). При этом ось выходного патрубка совпадает с осью патрубка подачи диспергируемого компонента и

перпендикулярна оси входного патрубка.

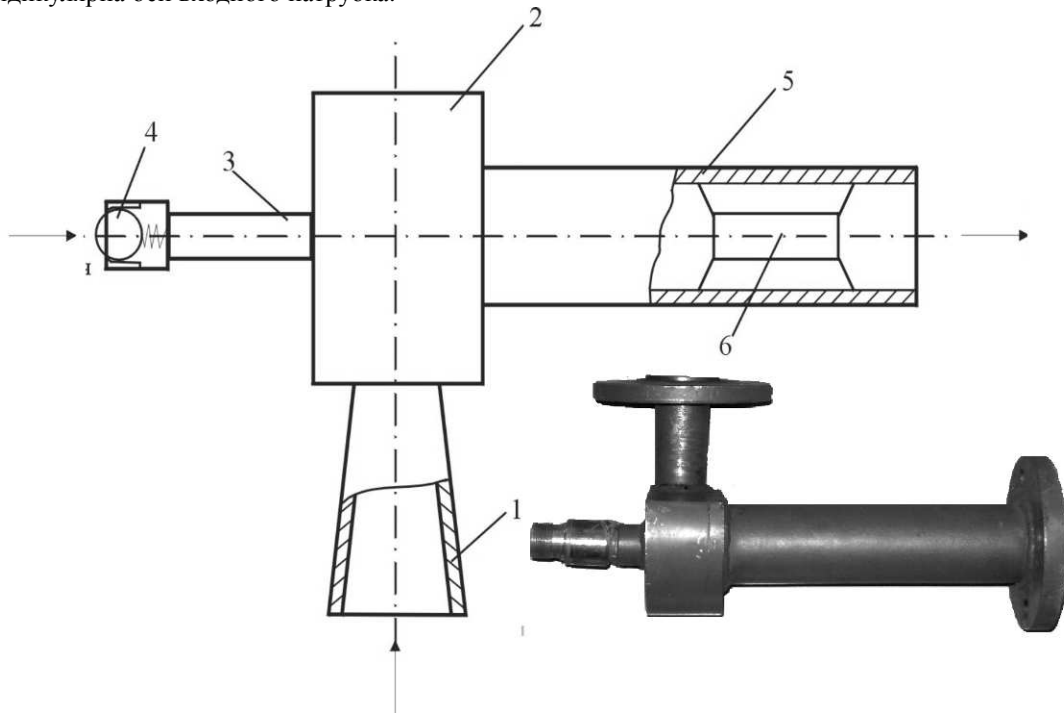


Рис.1 Кавитационный смеситель-диспергатор

При моделировании поля течения используются уравнения Рейнольдса, относительно осредненных по

времени осевой u , радиальной v , тангенциальной w составляющих скорости, а также давления p :

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_{\text{eff}} r \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right],$$

$$\frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v^2 r}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_{\text{eff}} r \left(2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] - 2 \frac{\mu_{\text{eff}} v}{r^2} + \frac{\rho w^2}{r},$$

$$\frac{\partial \rho u w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v w r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_{\text{eff}} r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right] - \frac{\rho v w}{r}.$$

Для описания турбулентности будут использоваться двухпараметрические модели. Описание которых представлено ниже.

Турбулентная кинетическая энергия k и скорость ее диссипации ε с использованием стандартной k - ε модели турбулентности могут быть найдены из следующих уравнений

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \text{div} (\rho \bar{v} k) = \text{div} \left[\left(\mu_0 + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \text{grad} k \right] + \mu_T \text{Grad} \bar{v} \cdot \left(\text{Grad} \bar{v} + \text{Grad}^T \bar{v} \right) - \rho \varepsilon,$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \text{div} (\rho \bar{v} \varepsilon) = \text{div} \left[\left(\mu_0 + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \text{grad} \varepsilon \right] + C_1 \mu_T \text{Grad} \bar{v} \cdot \left(\text{Grad} \bar{v} + \text{Grad}^T \bar{v} \right) \frac{\varepsilon}{k} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}.$$

Значения констант выбираются в соответствии с рекомендациями

$$C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1., \sigma_\varepsilon = 1.3, \sigma_{r\varphi} = 1.$$

Модель турбулентности k - ε RNG является модификацией стандартной k - ε модели и отличается от нее значениями констант: $C_1 = 1.42 - C_{1RNG}$, $C_2 = 1.68$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 0.7179$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $\sigma_{r\varphi} = 1.0$,

$$C_{1RNG} = \frac{\eta(\eta_0 - \eta)}{\eta_0(1 + \beta\eta^3)}, \eta_0 = 4.38, \beta = 0.015, \eta = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\text{Grad} \bar{v} \cdot (\text{Grad} \bar{v} + \text{Grad}^T \bar{v})}.$$

Модель с поправкой на число Ричардсона k - ε - Ri получена при допущении неизотропности турбулентной вязкости в уравнениях осевого $\mu_{rx} = \mu_e$ и вращательного $\mu_{r\varphi} = \mu_e / \sigma_{r\varphi}$ ($\sigma_{r\varphi} = 2.5$) движения и при коррекции константы C_2 в уравнении с помощью числа Ричардсона Ri с целью более корректного описания влияния закрутки на процессы генерации/диссипации турбулентности.

Диссипативная функция в случае осесимметричного течения может быть определена как:

$$G = \mu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right)^2 \right\}.$$

Значения констант и функций в этой модели следующие: $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92(1 - C_3 Ri)$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $C_3 = 0.001$. Число Ричардсона определяется следующим выражением:

$$Ri = \frac{k}{\varepsilon^2} \frac{w^2}{r} \frac{\partial(wr)}{\partial r}.$$

Модель турбулентности $k-\omega$ является альтернативой к использованию различных модификаций $k-\varepsilon$ модели. Здесь в качестве второго параметра, характеризующего распределение турбулентности в потоке используется частота турбулентных пульсаций $\omega = \varepsilon/k$.

Вид уравнений, используемых в этой модели подобен уравнениям $k-\varepsilon$ модели:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{v} k) = \text{div} \left[\left(\mu_0 + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \text{grad} k \right] + \mu_T \text{Grad} \bar{v} \cdot \cdot (\text{Grad} \bar{v} + \text{Grad}^T \bar{v}) - \rho \omega k,$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{v} \omega) = \text{div} \left[\left(\mu_0 + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \text{grad} \omega \right] + C_1 \mu_T \text{Grad} \bar{v} \cdot \cdot (\text{Grad} \bar{v} + \text{Grad}^T \bar{v}) \frac{\omega}{k} - C_2 \rho \omega^2.$$

Турбулентная вязкость определяется из выражения:

$$\mu_t = C_\mu \rho k \omega^{-1}.$$

Константы модели имеют следующие значения: $C_1 = 0.5111$, $C_2 = 0.8333$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 2$, $\sigma_\omega = 2$, $\sigma_{\text{тп}} = 1$.

Для замыкания задачи были сформулированы необходимые граничные условия на входе в аппарат и выходе из него, а также на твердых стенках и оси симметрии.

На основе представленной выше математической модели было проведено численное исследование структуры течения в смесителе) для модели с поправкой на число Ричардсона $k-\varepsilon-Ri$. Расчетные параметры аппарата имели следующие значения: $R_1=7$, $R_2=12$, $R_3=17$, $R_4=20$, $L_1=120$, $L_2=20$, $L=500\text{мм}$, $S_{in}=240\text{мм}^2$.

Радиальное распределение тангенциальной составляющей скорости в приосевой области носит квазитвердый характер, а в пристеночной - квазипотенциальный. Между этими областями реализуется промежуточный режим течения. Максимальные значения тангенциальной скорости наблюдаются в области непосредственно примыкающей к завихрителю. Вниз по течению интенсивность вращательного движения в результате действия вязких сил существенно уменьшается. Закрутка потока приводит к появлению тангенциальной составляющей скорости w и формированию поля центробежных сил пропорциональных $\rho w^2/r$, которые интенсифицируют движение жидкости в радиальном направлении. При малой интенсивности закрутки ($\varphi < 50^\circ$) градиент давления, вызванный наличием центробежных сил, приводит лишь к уменьшению значений u в приосевой области. При большей закрутке в окрестности оси течения возникает большее разрежение, которое приводит к образованию центральной зоны возвратных течений. Чем больше интенсивность закрутки потока, тем больше становится рециркуляционная зона и тем большее количество жидкости рециркулирует к торцевой поверхности камеры. Вблизи торца, а также по мере удаления от завихрителя особенности течения, вызванные закруткой потока, становятся менее выраженными. Профиль осевой скорости становится монотонным с максимумом на оси течения.

Распределение Максимальные значения давления реализуются на периферии потока, что связано с действием поля центробежных сил. В приосевой области давление близко к атмосферному, при этом в области сужения канала заметна зона отрицательных давлений. При этом, чем больше интенсивность закрутки, тем шире область отрицательных давлений.

Наибольшие значения турбулентной кинетической энергии локализуются в области, где происходит разворот потока и градиенты скоростей очень велики: в окрестности торцевой стенки, а также в области сужения потока. Затем турбулентность вследствие конвекции переносится вниз по потоку, постепенно угасая.

Введение в поток центральной струи битума существенно изменяет структуру течения. Подача центральной струи битума осуществляется без ее закрутки, в то же время подвод потока воды через улиточный завихритель осуществляется без осевой составляющей скорости. Таким образом, структура течения определяется взаимодействием этих потоков. Для осевой составляющей скорости характерно наличие ядра, в котором осевая скорость u остается практически постоянной и равной скорости истечения, и пограничного слоя, в котором происходит падение скорости до скорости спутного потока. По мере удаления от входа в результате обмена осевой составляющей импульса происходит увеличение

осевой скорости слоев воды, примыкающих к поверхности струи битума. При этом гауссовский характер распределения осевой скорости сохраняется. Значения I_* монотонно увеличиваются вниз по потоку, что свидетельствует о формировании и распространении эффективной струи, центральная часть которой представляет поток битума, а периферийная – воды. При этом смешения этих потоков не происходит.

В результате обмена импульсом в тангенциальном направлении происходит вовлечение центрального потока во вращательное движение. При этом, если на начальном участке течения центральная струя сохраняет незакрученность, то уже на расстоянии, равном примерно одному диаметру струи весь поток вращается как единое целое.

Результаты расчетов показывают, что при использовании этих моделей полное смешение происходит в объеме аппарата. Однако характеристики смешения, существенным образом зависят от выбора той или иной модели турбулентности.

Дольше всего струя существует в окрестности оси симметрии в случае RNG модели. В случае $k - \omega$ модели происходит практически моментальное смешивание жидкостей. В стандартной $k - \varepsilon$ модели, струя не смешанной жидкости, существует немного меньше чем в RNG модели.

В настоящей работе проведено исследование процесса смешения вязких жидкостей в турбулентном потоке. проведен анализ адекватности использования различных моделей турбулентности. показано, что использование $k - \varepsilon$ RNG дает результаты, наиболее лучшим образом согласующиеся с экспериментом.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Абакумова А.В. 896

Алешкова И.А. 898

Б

Беляева Ю.И. 911

К

Куклина Х.В. 913

М

Мартюшев С.Г. 901

П

Потрахина Т.С. 915

Ш

Шерыкалова М.И. 904

Шишкин Н.И. 906